



\*Corresponding author: Syamsuddin Mas'ud, Mathematics, Mathematics and Natural Sciences, Universitas Negeri Makassar, Makassar, Indonesia

E-mail: syamsuddinm@unm.ac.id

## RESEARCH ARTICLE

# Route Determination for Distribution by Using a Combination of *Branch and Bound* Algorithm and *Cheapest Insertion Heuristic*

Syamsuddin Mas'ud\*

Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Universitas Negeri Makassar, Makassar, Indonesia

**Abstract:** This paper discusses the determination of the LPG Gas distribution route using the concept of the *Traveling Salesman Problem*. The research data is secondary data obtained from a previous study, where in that study, the generated routes had different starting and ending points. However, in this research, the sought-after routes are those with the same starting and ending points. Such routes are sought with the consideration that in a travel route, the starting and ending points are usually the same. The *Traveling Salesman Problem* method used in determining these routes is the *Branch and Bound* algorithm combined with the *Cheapest Insertion Heuristic*. The distribution route obtained is  $v_1 - v_2 - v_6 - v_{11} - v_{10} - v_7 - v_9 - v_{12} - v_{13} - v_{14} - v_{13} - v_{12} - v_9 - v_8 - v_4 - v_5 - v_4 - v_3 - v_2 - v_1$ .

**Keywords:** Route, Distribution, *Branch and Bound*, *Cheapest Insertion Heuristic*

## 1. Pendahuluan

Penentuan rute seringkali menjadi topik optimasi yang sering dibahas dalam kaitannya dengan *Traveling Salesman Problem*. Secara umum ada, banyak algoritma yang dapat menjadi alternatif pencarian rute terkait *Traveling Salesman Problem* (Taillard, 2023; *The Traveling Salesman Problem*, 2006). Salah satu yang paling sering digunakan adalah algoritma Dijkstra. Algoritma Dijkstra juga digunakan untuk pencarian rute terbaik pemadam kebakaran Kota Semarang (Nggufro, 2019). Terdapat juga pengembangan algoritma Dijkstra yaitu algoritma *Weighted-Sum Dijkstra* yang penggunaannya juga untuk penentuan rute terbaik (Widianto, 2021). Algoritma yang sama, yaitu algoritma Dijkstra juga digunakan dalam menentukan solusi optimal pencarian jalur tercepat untuk mencari lokasi cafe di Bumiayu (Alifiani et al., 2021). Selain Dijkstra, terkadang juga digunakan Algoritma Prim. Algoritma Prim digunakan dalam penentuan lintasan terpendek dan lintasan tercepat pada pendistribusian logistik Bulog Jawa Barat (Lusiani et al., 2020). Penerapan *Minimum Spanning Tree* yaitu algoritma Prim juga digunakan dalam menentukan rute terpendek distribusi naskah soal USBN di SMA Negeri se-Sleman (Rahmadi & Sandariria, 2023).

Selain algoritma Dijkstra dan Prim, dalam menyelesaikan permasalahan rute terkait *Traveling Salesman Problem*, terdapat juga algoritma *Branch and Bound* yang dapat dikatakan sebagai salah satu pilihan pertama. Penerapan algoritma *Branch and Bound* dalam menentukan jalur terpendek untuk melakukan pencarian penginapan dan hotel di Kota Kendari (Saputra et al., n.d.). Optimalisasi rute distribusi produk menggunakan metode *Traveling Salesman Problem* yaitu *Branch and Bound* (Auliasari et al., 2018). Rute pendistribusian air mineral dalam kemasan juga menggunakan algoritma *Branch and Bound* (Moriza et al., n.d.). Penyelesaian



*asymmetric Travelling Salesman Problem* juga dapat dilakukan dengan algoritma *Branch and Bound* (Nur & Rahadjeng, 2021).

Pada penentuan rute menggunakan algoritma Dijkstra ataupun menggunakan algoritma Prim, umumnya menghasilkan rute yang titik awal dan titik akhirnya tidak sama. Sebagai contoh, tulisan tentang pencarian rute terbaik pendistribusian BBM dari terminal BBM ke SPBU wilayah kota medan menggunakan algoritma Dijkstra (Arif & Marbun, 2023) dan tulisan tentang penentuan rute pendistribusian gas LPG menggunakan algoritma Prim (Mas'ud, 2024). Meskipun hasil yang diperoleh pada tulisan pendistribusian dengan algoritma Prim ini (Mas'ud, 2024) lebih optimal (yakni dengan total bobot 10,91) dibandingkan penggunaan algoritma Floyd Warshall dan algoritma Greedy (Ningrum et al., 2023) (yakni dengan total bobot 13.13), namun titik awal dan titik akhir rute tidak sama. Tentu saja rute yang demikian tidaklah lazim digunakan karena keumuman dari pendistribusian, titik awal rute dan titik akhirnya adalah sama. Untuk itu, dalam penelitian ini, penulis akan mencari rute pendistribusian gas LPG dengan rute yang lazim yakni titik awal dan titik akhir rute sama. Penulis memilih algoritma *Branch and Bound* yang dikombinasikan dengan *Cheapest Insertion Heuristic* untuk mencari rute yang diinginkan tersebut mengikuti apa yang telah dilakukan pada tulisan tentang penyelesaian *asymmetric Travelling Salesman Problem* (Nur & Rahadjeng, 2021) yang berhasil mendapatkan rute perjalanan layanan jemput donasi LAZIS dengan titik awal dan titik akhir rute sama.

## 2. Metodologi Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian terapan dengan menggunakan data sekunder. Data diperoleh dari tulisan tentang penentuan rute pendistribusian gas LPG menggunakan algoritma Floyd Warshall dan algoritma Greedy (Ningrum et al., 2023). Data tersebut meliputi nama lokasi, jarak antara setiap lokasi, dan waktu perjalanannya masing-masing. Penentuan rute yang diinginkan, dicari dengan menggunakan algoritma *Branch and Bound* dan *Cheapest Insertion Heuristic* yang dikombinasikan.

Penelitian dimulai dengan mengumpulkan data yang diperlukan yakni lokasi, jarak, dan waktu perjalanan dari tulisan tentang rute pendistribusian gas LPG (Mas'ud, 2024; Ningrum et al., 2023). Selanjutnya menggunakan algoritma *Branch and Bound* dan *Cheapest Insertion Heuristic* yang dikombinasikan (Nur & Rahadjeng, 2021) untuk menentukan rute yang diinginkan. Berikut ini diberikan langkah-langkah dari algoritma *Branch and Bound* dan *Cheapest Insertion Heuristic* yang dikombinasikan (Nur & Rahadjeng, 2021):

- 1) Menentukan matriks  $(C_{ij})$  berukuran  $n \times n$ , dengan  $n$  adalah banyaknya titik yang akan dikunjungi. Matriks berisikan elemen jarak dari titik  $i$  ke titik  $j$ . Inisiasikan jarak dari titik  $i$  ke titik  $i$  dengan nilai  $\sim$  (tak hingga).
- 2) Identifikasi nilai terkecil pada tiap baris matriks dan kurangkan tiap baris dengan nilai terkecil yang telah teridentifikasi sebelumnya.
- 3) Kemudian identifikasikan nilai terkecil pada tiap kolom matriks dan kurangkan tiap kolom dengan nilai terkecil yang telah teridentifikasi sebelumnya.
- 4) Jumlahkan semua nilai terkecil baris dan nilai terkecil kolom pada langkah 2 dan 3 sehingga dihasilkan nilai batas simpul akar  $C(R)$ .
- 5) Rute dimulai dari titik awal dan dihubungkan dengan titik akhir.
- 6) Membuat subtur antara 2 titik. Subtur adalah rute perjalanan dari titik asal dan berakhir di titik asal dengan mengunjungi titik-titik yang hendak dituju.
- 7) Mengganti salah satu rute dengan kombinasi antar 2 titik, contohnya menyisipkan titik  $k$  yang belum termasuk anggota subtur pada rute  $(i,j)$  sehingga menjadi rute  $(i,k)$  dan rute  $(k,j)$ , dengan hasil kombinasi adalah pilihan rute terkecil. Subtur terbaru menjadi:

$$C(R)+C(i,k)+C(k,j)-C(i,j)$$

$C(R)$ : nilai simpul akar,

$C(i,k)$ : jarak dari titik  $i$  ke titik  $k$ ,

$C(k,j)$ : jarak dari titik  $k$  ke titik  $j$ ,



$C(i,j)$ : jarak dari titik  $i$  ke titik  $j$ .

8) Ulangi langkah ke-7 hingga semua titik masuk dalam subtur, dan STOP.

### 3. Hasil dan Pembahasan

Terlebih dahulu, berikut disajikan data (Ningrum et al., 2023) yang diperlukan, yaitu lokasi pendistribusian dan representasi titiknya masing-masing dalam titik graf, pada Tabel 1.

**Tabel 1.** Daftar Lokasi Pendistribusian dan Representasi Titiknya

No	Lokasi Pendistribusian	Representasi Titik pada Graf
1	PT Rama Manggala Gas	$v_1$
2	PT Mayangkara LPG	$v_2$
3	Jl Galunggung RT 03 RW 02 Sukorejo, Sukorejo	$v_3$
4	Jl Mayang Tengah RT 02 RW 05 Sukorejo, Sukorejo	$v_4$
5	Jl Mayang Tengah RT 03 RW 05 Sukorejo, Sukorejo	$v_5$
6	Jl. Bakung Sukorejo, Sukorejo	$v_6$
7	Jl Kaliporong, Pakunden, Sukorejo	$v_7$
8	Jl. Bengawan Solo, Pakunden, Sukorejo	$v_8$
9	PT Hari Putra Santosa Jaya SPBU no 54.66103	$v_9$
10	Jl. Mawar, Sukorejo, Sukorejo	$v_{10}$
11	Toko Buwana	$v_{11}$
12	Jl. Jati GG 1 No 27 RT 02 RW 12, Sukorejo, Sukorejo	$v_{12}$
13	Jl. Jati No 65 RT 04 RW 12, Sukorejo, Sukorejo	$v_{13}$
14	Jl. Jati RT 02 RW 14, Sukorejo, Sukorejo	$v_{14}$

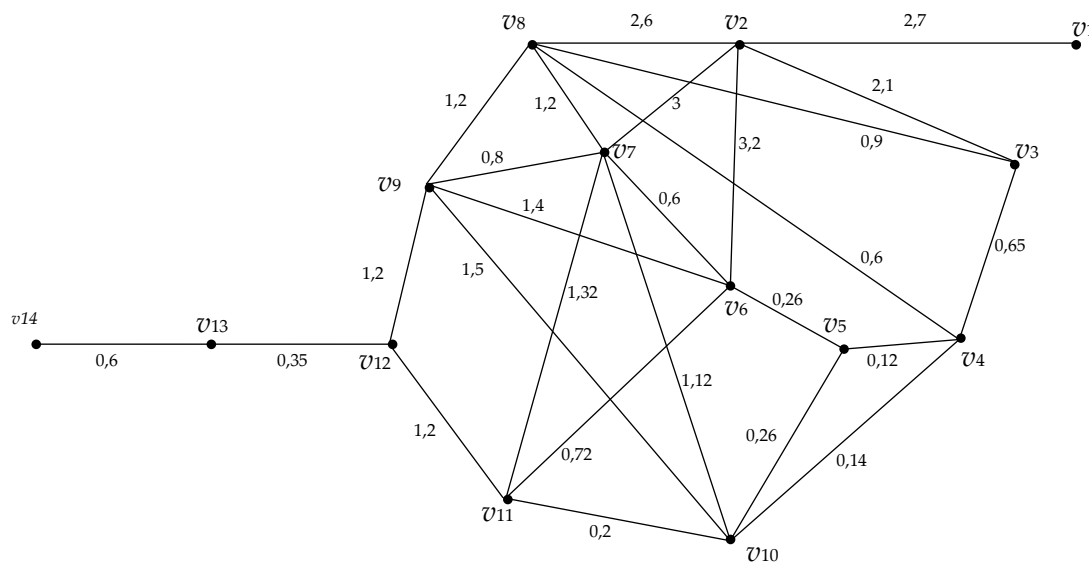
Selanjutnya, dengan sumber data yang sama (Ningrum et al., 2023), berikut disajikan data jarak dan waktu tempuh antar titik graf dinyatakan pada Tabel 2.

**Tabel 2.** Jarak dan Waktu Tempuh Antar Lokasi

Pasangan Titik	Jarak (km)	Waktu Tempuh (menit)
$v_1 - v_2$	2,7	6
$v_2 - v_3$	2,1	7
$v_2 - v_6$	3,2	8
$v_2 - v_7$	3	7
$v_2 - v_8$	2,6	7
$v_3 - v_4$	0,65	3
$v_4 - v_5$	0,12	1
$v_3 - v_8$	0,9	3
$v_5 - v_6$	0,26	1
$v_5 - v_{10}$	0,26	2
$v_6 - v_7$	0,6	2
$v_7 - v_8$	1,2	2
$v_8 - v_9$	1,2	4
$v_8 - v_4$	0,6	2
$v_7 - v_9$	0,8	3
$v_7 - v_{10}$	1,12	5
$v_7 - v_{11}$	1,32	6
$v_{11} - v_6$	0,72	4
$v_6 - v_9$	1,4	5
$v_9 - v_{10}$	1,5	5
$v_4 - v_{10}$	0,14	1

Pasangan Titik	Jarak (km)	Waktu Tempuh (menit)
$v_{10} - v_{11}$	0,2	1
$v_{11} - v_{12}$	1,2	4
$v_9 - v_{12}$	1,2	5
$v_{12} - v_{13}$	0,35	1
$v_{13} - v_{14}$	0,6	1

Pencarian rute pendistribusian gas LPG dilakukan dengan menjadikan  $v_1$  (PT Rama Manggala Gas) sebagai titik awal sekaligus titik akhir pendistribusian dengan bentuk graf (Mas'ud, 2024) disajikan pada Gambar 1.



**Gambar 1.** Graf Pendistribusian Gas LPG

**Tabel 3.** Matriks Jarak antar Titik-Titik Graf

	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$	$v_7$	$v_8$	$v_9$	$v_{10}$	$v_{11}$	$v_{12}$
$v_2$	~	2.10	~	~	3.20	3.00	2.60	~	~	~	~
$v_3$	2.10	~	0.65	~	~	~	0.90	~	~	~	~
$v_4$	~	0.65	~	0.12	~	~	0.60	~	0.14	~	~
$v_5$	~	~	0.12	~	0.26	~	~	~	0.26	~	~
$v_6$	3.20	~	~	0.26	~	0.60	~	1.40	~	0.72	~
$v_7$	3.00	~	~	~	0.60	~	1.20	0.80	1.12	1.32	~
$v_8$	2.60	0.90	0.60	~	~	1.20	~	1.20	~	~	~
$v_9$	~	~	~	~	1.40	0.80	1.20	~	1.50	~	1.20
$v_{10}$	~	~	0.14	0.26	~	1.12	~	1.50	~	0.20	~
$v_{11}$	~	~	~	~	0.72	1.32	~	~	0.20	~	1.20
$v_{12}$	~	~	~	~	~	~	~	1.20	~	1.20	~

Berdasarkan Gambar 1 maka pencarian rute dilakukan dengan terlebih dahulu mengabaikan titik  $v_1$ ,  $v_{13}$ , dan  $v_{14}$ . Hal ini dilakukan karena rute pada titik tersebut tunggal sehingga jelas bahwa rute pada sisi yang bersesuaian dengan ketiga titik mesti dilalui 2 kali sehingga algoritma diterapkan pada titik-titik selain ketiga titik tersebut. Setelah hasil rute diperoleh dari algoritma, kembali dilakukan penambahan rute yang melibatkan ketiga titik tersebut. Berikut ini akan diberikan langkah demi langkah pencarian rute pendistribusian dengan menggunakan algoritma *Branch and Bound* dan *Cheapest Insertion Heuristic* yang dikombinasikan.

Terlebih dahulu akan ditentukan matriks  $(C_{ij})$  berukuran 11 x 11. Diperoleh matriks dalam bentuk Tabel 3.

Langkah selanjutnya yaitu mengidentifikasi nilai terkecil pada tiap baris matriks dan kurangkan tiap baris dengan nilai terkecil yang telah teridentifikasi sebelumnya berdasarkan data pada Tabel 3. Hasil yang diperoleh disajikan pada Tabel 4.

**Tabel 4.** Matriks Hasil Pengurangan Baris dari Matriks Jarak

	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$	$v_7$	$v_8$	$v_9$	$v_{10}$	$v_{11}$	$v_{12}$
$v_2$	~	0.00	~	~	1.10	0.90	0.50	~	~	~	~
$v_3$	1.45	~	0.00	~	~	~	0.25	~	~	~	~
$v_4$	~	0.53	~	0.00	~	~	0.48	~	0.02	~	~
$v_5$	~	~	0.00	~	0.14	~	~	~	0.14	~	~
$v_6$	2.94	~	~	0.00	~	0.34	~	1.14	~	0.46	~
$v_7$	2.40	~	~	~	0.00	~	0.60	0.20	0.52	0.72	~
$v_8$	2.00	0.30	0.00	~	~	0.60	~	0.60	~	~	~
$v_9$	~	~	~	~	0.60	0.00	0.40	~	0.70	~	0.40
$v_{10}$	~	~	0.00	0.12	~	0.98	~	1.36	~	0.06	~
$v_{11}$	~	~	~	~	0.52	1.12	~	~	0.00	~	1.00
$v_{12}$	~	~	~	~	~	~	~	0.00	~	0.00	~

Langkah selanjutnya yaitu mengidentifikasi nilai terkecil pada tiap kolom matriks dan kurangkan tiap kolom dengan nilai terkecil yang telah teridentifikasi sebelumnya berdasarkan data pada Tabel 4. Hasil yang diperoleh disajikan pada Tabel 5.

**Tabel 5.** Matriks Hasil Pengurangan Kolom dari Matriks pada Tabel 4

	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$	$v_7$	$v_8$	$v_9$	$v_{10}$	$v_{11}$	$v_{12}$
$v_2$	~	0.00	~	~	1.10	0.90	0.25	~	~	~	~
$v_3$	0.00	~	0.00	~	~	~	0.00	~	~	~	~
$v_4$	~	0.53	~	0.00	~	~	0.23	~	0.02	~	~
$v_5$	~	~	0.00	~	0.14	~	~	~	0.14	~	~
$v_6$	1.49	~	~	0.00	~	0.34	~	1.14	~	0.46	~
$v_7$	0.95	~	~	~	0.00	~	0.35	0.20	0.52	0.72	~
$v_8$	0.55	0.30	0.00	~	~	0.60	~	0.60	~	~	~
$v_9$	~	~	~	~	0.60	0.00	0.15	~	0.70	~	0.00
$v_{10}$	~	~	0.00	0.12	~	0.98	~	1.36	~	0.06	~
$v_{11}$	~	~	~	~	0.52	1.12	~	~	0.00	~	0.60
$v_{12}$	~	~	~	~	~	~	~	0.00	~	0.00	~

Langkah selanjutnya yaitu jumlahkan semua nilai terkecil baris dan nilai terkecil kolom pada 2 langkah sebelumnya, sehingga dihasilkan  $C(R) = 8.89$  sebagai nilai batas simpul akar. Karena titik  $v_1$  adalah titik awal rute dan sekaligus termasuk titik yang diabaikan, maka algoritma dijalankan dengan menganggap  $v_2$  sebagai titik awal dan titik akhir pengganti. Alasan pemilihan  $v_2$  adalah karena hanya titik ini yang bertetangga langsung dengan  $v_1$ .

Langkah selanjutnya, setelah menetapkan  $v_2$  sebagai titik awal sekaligus titik akhir untuk menjalankan algoritma, yaitu menetapkan subtur antara 2 titik, dipilih  $(v_2, v_3)-(v_3, v_2)$  sebagai subtur awal. Dibentuk tabel untuk mengumpulkan hasil penyisipan titik-titik lain ke dalam setiap sisi subtur awal.

Berdasarkan Tabel 6, diperoleh bahwa bobot terkecil yakni ketika  $v_8$  yang disisipkan sehingga subtur yang baru adalah  $(v_2, v_8)-(v_8, v_3)-(v_3, v_2)$ . Karena itu, nilai  $C(R)$  menjadi 9.44

untuk langkah selanjutnya dan dilakukan penyisipan titik pada subtur baru  $(v_2, v_8)-(v_8, v_3)-(v_3, v_2)$ . Proses dilanjutkan secara terus menerus sehingga diperoleh Tabel 7.

**Tabel 6.** Penyisipan pada Subtur Pertama

Sisi Awal	Sisi hasil sisipan	Penambahan bobot sisipan	Total bobot subtur
$(v_2, v_3)$	$(v_2, v_4)-(v_4, v_3)$	$C(R)+C(v_2, v_4)+C(v_4, v_3)-C(v_2, v_3)$	~
$(v_2, v_3)$	$(v_2, v_5)-(v_5, v_3)$	$C(R)+C(v_2, v_5)+C(v_5, v_3)-C(v_2, v_3)$	~
$(v_2, v_3)$	$(v_2, v_6)-(v_6, v_3)$	$C(R)+C(v_2, v_6)+C(v_6, v_3)-C(v_2, v_3)$	~
$(v_2, v_3)$	$(v_2, v_7)-(v_7, v_3)$	$C(R)+C(v_2, v_7)+C(v_7, v_3)-C(v_2, v_3)$	~
$(v_2, v_3)$	$(v_2, v_8)-(v_8, v_3)$	$C(R)+C(v_2, v_8)+C(v_8, v_3)-C(v_2, v_3)$	9.44
$(v_2, v_3)$	$(v_2, v_9)-(v_9, v_3)$	$C(R)+C(v_2, v_9)+C(v_9, v_3)-C(v_2, v_3)$	~
$(v_2, v_3)$	$(v_2, v_{10})-(v_{10}, v_3)$	$C(R)+C(v_2, v_{10})+C(v_{10}, v_3)-C(v_2, v_3)$	~
$(v_2, v_3)$	$(v_2, v_{11})-(v_{11}, v_3)$	$C(R)+C(v_2, v_{11})+C(v_{11}, v_3)-C(v_2, v_3)$	~
$(v_2, v_3)$	$(v_2, v_{12})-(v_{12}, v_3)$	$C(R)+C(v_2, v_{12})+C(v_{12}, v_3)-C(v_2, v_3)$	~

**Tabel 7.** Penyisipan pada Subtur Kedua

Sisi Awal	Sisi hasil sisipan	Penambahan bobot sisipan	Total bobot subtur
$(v_2, v_6)$	$(v_2, v_5)-(v_5, v_6)$	$C(R)+C(v_2, v_5)+C(v_5, v_6)-C(v_2, v_6)$	~
$(v_2, v_6)$	$(v_2, v_{10})-(v_{10}, v_6)$	$C(R)+C(v_2, v_{10})+C(v_{10}, v_6)-C(v_2, v_6)$	~
$(v_2, v_6)$	$(v_2, v_{12})-(v_{12}, v_6)$	$C(R)+C(v_2, v_{12})+C(v_{12}, v_6)-C(v_2, v_6)$	~
$(v_6, v_{11})$	$(v_6, v_5)-(v_5, v_{11})$	$C(R)+C(v_6, v_5)+C(v_5, v_{11})-C(v_6, v_{11})$	~
$(v_6, v_{11})$	$(v_6, v_{10})-(v_{10}, v_{11})$	$C(R)+C(v_6, v_{10})+C(v_{10}, v_{11})-C(v_6, v_{11})$	~
$(v_6, v_{11})$	$(v_6, v_{12})-(v_{12}, v_{11})$	$C(R)+C(v_6, v_{12})+C(v_{12}, v_{11})-C(v_6, v_{11})$	~
$(v_{11}, v_7)$	$(v_{11}, v_5)-(v_5, v_7)$	$C(R)+C(v_{11}, v_5)+C(v_5, v_7)-C(v_{11}, v_7)$	~
$(v_{11}, v_7)$	$(v_{11}, v_{10})-(v_{10}, v_7)$	$C(R)+C(v_{11}, v_{10})+C(v_{10}, v_7)-C(v_{11}, v_7)$	12.31
$(v_{11}, v_7)$	$(v_{11}, v_{12})-(v_{12}, v_7)$	$C(R)+C(v_{11}, v_{12})+C(v_{12}, v_7)-C(v_{11}, v_7)$	~
$(v_7, v_9)$	$(v_7, v_5)-(v_5, v_9)$	$C(R)+C(v_7, v_5)+C(v_5, v_9)-C(v_7, v_9)$	~
$(v_7, v_9)$	$(v_7, v_{10})-(v_{10}, v_9)$	$C(R)+C(v_7, v_{10})+C(v_{10}, v_9)-C(v_7, v_9)$	14.13
$(v_7, v_9)$	$(v_7, v_{12})-(v_{12}, v_9)$	$C(R)+C(v_7, v_{12})+C(v_{12}, v_9)-C(v_7, v_9)$	~
$(v_9, v_8)$	$(v_9, v_5)-(v_5, v_8)$	$C(R)+C(v_9, v_5)+C(v_5, v_8)-C(v_9, v_8)$	~
$(v_9, v_8)$	$(v_9, v_{10})-(v_{10}, v_8)$	$C(R)+C(v_9, v_{10})+C(v_{10}, v_8)-C(v_9, v_8)$	~
$(v_9, v_8)$	$(v_9, v_{12})-(v_{12}, v_8)$	$C(R)+C(v_9, v_{12})+C(v_{12}, v_8)-C(v_9, v_8)$	~
$(v_8, v_4)$	$(v_8, v_5)-(v_5, v_4)$	$C(R)+C(v_8, v_5)+C(v_5, v_4)-C(v_8, v_4)$	~
$(v_8, v_4)$	$(v_8, v_{10})-(v_{10}, v_4)$	$C(R)+C(v_8, v_{10})+C(v_{10}, v_4)-C(v_8, v_4)$	~
$(v_8, v_4)$	$(v_8, v_{12})-(v_{12}, v_4)$	$C(R)+C(v_8, v_{12})+C(v_{12}, v_4)-C(v_8, v_4)$	~
$(v_4, v_3)$	$(v_4, v_5)-(v_5, v_3)$	$C(R)+C(v_4, v_5)+C(v_5, v_3)-C(v_4, v_3)$	~
$(v_4, v_3)$	$(v_4, v_{10})-(v_{10}, v_3)$	$C(R)+C(v_4, v_{10})+C(v_{10}, v_3)-C(v_4, v_3)$	~
$(v_4, v_3)$	$(v_4, v_{12})-(v_{12}, v_3)$	$C(R)+C(v_4, v_{12})+C(v_{12}, v_3)-C(v_4, v_3)$	~
$(v_3, v_2)$	$(v_3, v_5)-(v_5, v_2)$	$C(R)+C(v_3, v_5)+C(v_5, v_2)-C(v_3, v_2)$	~
$(v_3, v_2)$	$(v_3, v_{10})-(v_{10}, v_2)$	$C(R)+C(v_3, v_{10})+C(v_{10}, v_2)-C(v_3, v_2)$	~
$(v_3, v_2)$	$(v_3, v_{12})-(v_{12}, v_2)$	$C(R)+C(v_3, v_{12})+C(v_{12}, v_2)-C(v_3, v_2)$	~

Berdasarkan Tabel 7, diperoleh bahwa bobot terkecil yakni ketika  $v_{10}$  yang disisipkan sehingga subtur yang baru adalah  $(v_2, v_6)-(v_6, v_{11})-(v_{11}, v_{10})-(v_{10}, v_7)-(v_7, v_9)-(v_9, v_8)-(v_8, v_4)-(v_4, v_3)-(v_3, v_2)$ . Karena itu nilai  $C(R)$  menjadi 12.45 untuk langkah selanjutnya dan dilakukan penyisipan titik pada subtur baru  $(v_2, v_6)-(v_6, v_{11})-(v_{11}, v_{10})-(v_{10}, v_7)-(v_7, v_9)-(v_9, v_8)-(v_8, v_4)-(v_4, v_3)-(v_3, v_2)$ . Penyisipan pada subtur baru ini tidak menghasilkan subtur lagi sehingga disimpulkan bahwa rute inilah

rute yang diinginkan. Adapun titik  $v_5$  dan  $v_{12}$  yang belum masuk pada subtur akan ditambahkan dengan memilih sisi berbobot paling minimal. Setelah itu titik  $v_1$ ,  $v_{13}$ , dan  $v_{14}$  juga ditambahkan dengan memilih sisi berbobot paling minimal, sehingga diperoleh rute  $v_1 - v_2 - v_6 - v_{11} - v_{10} - v_7 - v_9 - v_{12} - v_{13} - v_{14} - v_{13} - v_{12} - v_9 - v_8 - v_4 - v_5 - v_4 - v_3 - v_2 - v_1$ . Rute ini merupakan rute yang lebih lazim untuk digunakan dalam melakukan pendistribusian gas LPG dibandingkan dengan rute yang diperoleh pada penelitian menggunakan algoritma Prim (Mas'ud, 2024) dan menggunakan algoritma Floyd Warshall maupun algoritma Greedy (Ningrum et al., 2023) sebelumnya. Hal ini karena dengan menggunakan Algoritma *Branch and Bound* dan *Cheapest Insertion Heuristic* yang dikombinasikan, diperoleh rute dengan titik awal dan titik akhir yang sama.

#### 4. Kesimpulan

Penentuan rute menggunakan Algoritma *Branch and Bound* dan *Cheapest Insertion Heuristic* yang dikombinasikan, menghasilkan rute yang lazim dalam rute pendistribusian yaitu dengan titik awal dan titik akhir rute yang sama. Adapun rute yang diperoleh yaitu  $v_1 - v_2 - v_6 - v_{11} - v_{10} - v_7 - v_9 - v_{12} - v_{13} - v_{14} - v_{13} - v_{12} - v_9 - v_8 - v_4 - v_5 - v_4 - v_3 - v_2 - v_1$  atau PT Rama Manggala Gas - PT Mayangkara LPG - Jl. Bakung Sukorejo, Sukorejo - Toko Buwana - Jl. Mawar, Sukorejo, Sukorejo - Jl. Kaliporong, Pakunden, Sukorejo - PT Hari Putra Santosa Jaya SPBU no 54.66103 - Jl. Jati GG 1 No 27 RT 02 RW 12, Sukorejo, Sukorejo - Jl. Jati No 65 RT 04 RW 12, Sukorejo, Sukorejo - Jl. Jati RT 02 RW 14, Sukorejo, Sukorejo - Jl. Jati No 65 RT 04 RW 12, Sukorejo, Sukorejo - Jl. Jati No 65 RT 04 RW 12, Sukorejo, Sukorejo - PT Hari Putra Santosa Jaya SPBU no 54.66103 - Jl. Bengawan Solo, Pakunden, Sukorejo - Jl. Mayang Tengah RT 02 RW 05 Sukorejo, Sukorejo - Jl. Mayang Tengah RT 03 RW 05 Sukorejo, Sukorejo - Jl. Mayang Tengah RT 02 RW 05 Sukorejo, Sukorejo - Jl. Galunggung RT 03 RW 02 Sukorejo, Sukorejo - PT Mayangkara LPG - PT Rama Manggala Gas.

#### References

- Alifiani, I., Abdillah, M. A., & Saliha, I. (2021). Solusi Optimal Pencarian Jalur Tercepat Menggunakan Algoritma Dijkstra Untuk Mencari Lokasi Cafe Di Bumiayu. *Jurnal Derivat: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 8(2), 140–148. <https://doi.org/10.31316/j.derivat.v8i2.1899>
- Arif, M., & Marbun, J. P. (2023). Pencarian Rute Terbaik Pendistribusian BBM dari Terminal BBM ke SPBU Wilayah Kota Medan Menggunakan Algoritma Dijkstra dengan Logika Fuzzy sebagai Penentu Bobot pada Graf. *FARABI: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 6(1), 10–19. <https://doi.org/10.47662/farabi.v6i1.428>
- Aliasari, K., Kertaningtyas, M., & Basuki, D. W. L. (2018). Optimalisasi Rute Distribusi Produk Menggunakan Metode Traveling Salesman Problem. *Jurnal Sains, Teknologi dan Industri*, 16(1), 15. <https://doi.org/10.24014/sitekin.v16i1.6109>
- Lusiani, A., Sartika, E., Binarto, A., & Habinuddin, E. (2020). Compatible Graphs on Traffic Lights Waiting Time Optimization: *Proceedings of the International Seminar of Science and Applied Technology (ISSAT 2020)*. International Seminar of Science and Applied Technology (ISSAT 2020), Bandung, Indonesia. <https://doi.org/10.2991/aer.k.201221.077>
- Mas'ud, S. (2024). *Penentuan Rute Pendistribusian Gas LPG Menggunakan Algoritma Prim dengan Optimalisasi Melalui Pergantian Sisi*. 7.
- Moriza, D., Adiyanto, H., & Nurdiansyah, Y. (n.d.). *Rute Pendistribusian Air Mineral dalam Kemasan Menggunakan Metode Nearest Neighbour dan Branch and Bound di PT. Agronesia BMC*.
- Nggufon, N. (2019). *Pencarian Rute Terbaik Pemadam Kebakaran Kota Semarang Menggunakan Algoritma Dijkstra dengan Logika Fuzzy sebagai Penentu Bobot pada Graf*.
- Ningrum, E. R., Sanwidi, A., Akbarita, R., & Qomaruddin, M. N. H. (2023). Optimasi Rute Pendistribusian Gas Elpiji Menggunakan Algoritma Floyd Warshall Dan Algoritma Greedy. *Jurnal Ilmiah Matematika dan Terapan*, 20(1), 1–14. <https://doi.org/10.22487/2540766X.2023.v20.i1.15568>

- Nur, M. A. S., & Rahadjeng, B. (2021). Kombinasi Algoritma Branch and Bound dan Cheapest Insertion Heuristic dalam Menyelesaikan Asymmetric Travelling Salesman Problem. *MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika*, 9(2), 351–358. <https://doi.org/10.26740/mathunesa.v9n2.p351-358>
- Rahmadi, D., & Sandariria, H. (2023). Penerapan Minimum Spanning Tree dalam Menentukan Rute Terpendek Distribusi Naskah Soal USBN di SMA Negeri se- Sleman.
- Saputra, R. H., Nangi, J., & Aksara, L. B. (n.d.). Penerapan Algoritma Branch and Bound dalam Menentukan Jalur Terpendek untuk Melakukan Pencarian Penginapan dan Hotel Di Kota Kendari.
- Taillard, É. D. (2023). *Design of Heuristic Algorithms for Hard Optimization: With Python Codes for the Travelling Salesman Problem*. Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-13714-3>
- The traveling salesman problem: A computational study*. (2006). Princeton university press.
- Widianto, T. (2021). Optimalisasi Metode Weighted-Sum Dijkstra Algorithm untuk Menentukan Rute Terbaik yang Sesuai dengan Kebutuhan. *Jurnal CoreIT: Jurnal Hasil Penelitian Ilmu Komputer dan Teknologi Informasi*, 7(1), 13. <https://doi.org/10.24014/coreit.v7i1.11625>