

\*Corresponding author: Syafruddin Side, Department of Mathematics, Universitas Negeri Makassar, Makassar, Sulawesi Selatan, Indonesia

E-mail: xxxx@xxx.edu

## RESEARCH ARTICLE

# Numerical Solution of the Mathematical Model of DHF Spread using the Runge-Kutta Fourth Order Method

Syafruddin Side\*, Ahmad Zaki, & Miswar

Department of Mathematics, Universitas Negeri Makassar, Makassar, Sulawesi Selatan, Indonesia

**Abstract:** This research was conducted to find a numerical solution to the mathematical model of DHF in Makassar using the Runge-Kutta fourth order method. The mathematical model of DHF is in the form of a system of differential equations that includes variables S (Susceptible), E (Exposed), I (Infected), and R (Recovery) simplified into classes of vulnerable (S), exposed (E), infected (I) and cured (R) as initial value. Parameters value that is solved numerically using the Runge-Kutta fourth order method with time intervals  $h = 0.01$  months using data from South Sulawesi Provincial Health Service in 2017. Based on the initial value of each class, namely: obtained  $(S_{h1}) = 10910.4$ ,  $(E) = 0$ ,  $(I_{h1}) = 177.9$ ,  $(S_{v1}) = 5018685.6$ ,  $(I_{v1}) = 135.4$ , and  $R = -981612.3$ . The initial values and parameter values are substituted into numerical solutions to the model simulated using maple as a tool.

**Keywords:** DHF, Numerical solutions, Runge-Kutta fourth order

## 1. Introduction

Pemodelan matematika adalah penyusunan suatu deskripsi dari beberapa perilaku dunia nyata (fenomena - fenomena alam) ke dalam bagian - bagian matematika yang disebut dunia matematika. Ada dua tipe model matematika, yaitu model bertipe deterministik dan model bertipe empirik (Richard & Gabriel, 2007). Banyak permasalahan di dunia yang terkait dalam bidang matematika yang dapat dibentuk ke dalam sistem persamaan diferensial (Side, 2014). Salah satunya adalah penyakit yang semakin banyak diderita oleh penduduk dunia dan semakin meningkat setiap tahunnya, yaitu penyakit DBD.

Penyakit DBD masih merupakan salah satu masalah kesehatan masyarakat di Indonesia yang belum dapat ditanggulangi sampai saat ini. Penyakit ini sering kali menimbulkan Kejadian Luar Biasa (KLB) di beberapa kabupaten/kota di Indonesia. Pada tahun 2012, kasus DBD di Indonesia dilaporkan sebanyak 90.245 orang dengan kematian 816 orang. Pada tahun 2013, Incident Rate (IR) DBD adalah 45,85/100.000 penduduk (Sari, 2018).

Penelitian Dalam dunia matematika masalah tersebut dapat dianalisis dan diperoleh hasil yang eksak dengan cara memodelkan masalah yang ada. Beberapa penelitian dan analisis model matematika untuk penyakit DBD telah banyak dilakukan diantaranya penelitian yang dilakukan oleh (Sukohar, 2014) tentang Demam Berdarah Dengue, penelitian yang dilakukan oleh (Sari, 2017) tentang Fungsi Lyapunov Model SIR dan SEIR untuk Penularan Penyakit Demam Berdarah, dan penelitian yang dilakukan oleh (Kadaffi, 2011) tentang Analisis Model Matematika Penyebaran DBD dengan Fungsi Lyapunov .



Sistem Penelitian-penelitian tersebut hanya menggunakan model matematika dalam mengkaji penyakit DBD. Oleh karena itu penulis mengangkat penelitian mengenai solusi numerik dari penelitian (Sari, 2017) tentang Analisis Model Matematika Penyebaran DBD dengan Fungsi Lyapunov menggunakan metode Runge-Kutta orde empat. Metode ini akan memberikan hasil dengan ketelitian yang lebih tinggi dalam perhitungan dan pembulatan. Ini sudah dibuktikan dalam penelitiannya pada pemodelan dan simulasi dengan metode Euler dan Runge-Kutta (Kadaffi, 2011).

## 2. Literature Review

### 2.1. Metode Runge-Kutta

Metode Runge-Kutta merupakan metode yang memberikan ketelitian hasil yang lebih besar dan tidak memerlukan turunan dari fungsi. Bentuk umum dari metode Runge-Kutta seperti pada persamaan (2). (Ridwan, 2007)

$$x_{i+1} = x_i + \Phi(t_i, x_i, h) \quad (2)$$

dengan  $\Phi(t_i, x_i, h)$  adalah fungsi pertambahan yang merupakan kemiringan rerata pada interval dan digunakan untuk mengekstrapolasi dari nilai lama  $x_i$  ke nilai baru  $x_{i+1}$  sepanjang interval  $h$ . Fungsi pertambahan dapat ditulis dalam bentuk umum seperti pada persamaan (3)

$$\Phi = a_1k_1 + a_2k_2 + \dots + a_nk_n \quad (3)$$

dengan  $a$  adalah konstanta dan  $k$  adalah:

$$k_1 = f(t_i, x_i) \quad (4)$$

$$k_2 = f(t_i + p_1h, x_i + q_{11}k_1h) \quad (5)$$

$$k_3 = f(t_i + p_2h, x_i + q_{21}k_1h + q_{22}k_2h) \quad (6)$$

$$k_n = f(t_i + p_{n-1}h, x_i + q_{n-1,2}k_1h + q_{n-1,2}k_2h + \dots + k_{n-1}h)$$

dengan  $p$  dan  $q$  adalah konstanta. Nilai  $k$  menunjukkan hubungan berurutan. Nilai  $k_1$  muncul dalam persamaan (5), yang keduanya juga muncul dalam persamaan (6), dan seterusnya (Sari, 2017).

### 2.2. Metode Runge-Kutta Orde Empat

Metode Runge-Kutta orde empat mempunyai bentuk sebagaimana pada persamaan (7) (Sair, 2018).

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h \quad (7)$$

Dengan:

$$k_1 = f(t_i, x_i)$$

$$k_2 = f(t_i + p_1h, x_i + q_{11}k_1, h)$$

$$k_3 = f(t_i + p_2h, x_i + q_{21}k_1h + q_{22}k_2h)$$

$$k_4 = f(t_i + p_3h, x_i + q_{31}k_1h + q_{32}k_2h)$$

### 2.3. Model Matematika Penyakit Demam Berdarah

Model penyakit DBD yang digunakan pada penelitian ini adalah model (Sari, 2017) yaitu seperti persamaan (8) hingga (12).

$$\frac{dS_h}{dt} = \mu_h N_h - \frac{\beta_h b}{N_h} I_v S_h - \mu_h S_h + \theta_h R_h \quad (8)$$

$$\frac{dI_h}{dt} = \frac{\beta_h b}{N_h} I_v S_h - (\mu_h + \gamma_h) I_h \quad (9)$$

$$\frac{dR_h}{dt} = \gamma_h I_h - (\mu_h + \theta_h) R_h \quad (10)$$

$$\frac{dS_v}{dt} = \mu_v N_v - \frac{\beta_v b}{N_h} I_h S_v - \mu_v S_v \quad (11)$$

$$\frac{dI_v}{dt} = \frac{\beta_v b}{N_h} I_v S_v - \mu_v I_v \quad (12)$$

Sumber: (Sari, 2017)

### 3. Results and Disc

Persamaan (8) sampai (12) diatas akan diselesaikan menggunakan metode runge-kutta orde empat seperti pada persamaan (7). persamaan (8) sampai (12) disubstitusikan pada persamaan runge-kutta orde empat sehingga diperoleh persamaan (13) sampai (16).

$$S_{hi+1} = S_{hi} + \frac{1}{6}(k_1 + k_2 + k_3 + k_4)h \quad (13)$$

$$I_{hi+1} = I_{hi} + \frac{1}{6}(l_1 + l_2 + l_3 + l_4)h \quad (14)$$

$$R_{hi+1} = R_{hi} + \frac{1}{6}(m_1 + m_2 + m_3 + m_4)h \quad (14)$$

$$S_{vi+1} = S_{vi} + \frac{1}{6}(n_1 + n_2 + n_3 + n_4)h \quad (15)$$

$$I_{vi+1} = I_{vi} + \frac{1}{6}(p_1 + p_2 + p_3 + p_4)h \quad (16)$$

dengan

$$k_1 = U_h N_h - \frac{\beta_h b}{N_h} I_{vi} S_{hi} - \mu_h S_{hi} + \theta_h R_{hi}$$

$$l_1 = \frac{\beta_h b}{N_h} I_{vi} S_{hi} - (\mu_h + Y_h) I_{hi}$$

$$m_1 = Y_h I_{hi} - (\mu_h + \theta_h) R_{hi}$$

$$n_1 = \mu_v N_{vi} - \frac{\beta_v b}{N_h} I_{hi} S_{vi} - \mu_v S_{vi}$$

$$p_1 = \frac{\beta_v b}{N_h} I_{vi} S_{vi} - \mu_{vi} I_{vi}$$

$$k_2 = U_h N_h - \frac{\beta_h b}{N_h} \left( I_{vi+P_1} \frac{h}{2} \right) \left( S_{hi+k_1} \frac{h}{2} \right) - \mu_h \left( S_{hi+k_1} \frac{h}{2} \right) + \theta_h \left( R_{hi+m_1} \frac{h}{2} \right)$$

$$l_2 = \frac{\beta_h b}{N_h} \left( I_{vi+P_1} \frac{h}{2} \right) \left( S_{hi+k_1} \frac{h}{2} \right) - (\mu_h + Y_h) \left( I_{hi+l_1} \frac{h}{2} \right)$$

$$m_2 = Y_h \left( I_{hi+l_1} \frac{h}{2} \right) - (\mu_h + \theta_h) \left( R_{hi+m_1} \frac{h}{2} \right)$$

$$n_2 = \mu_v N_{vi} - \frac{\beta_v b}{N_h} \left( I_{hi+l_1} \frac{h}{2} \right) \left( S_{vi+l_1} \frac{h}{2} \right) \left( S_{vi+n_1} \frac{h}{2} \right) - \mu_v \left( S_{vi+n_1} \frac{h}{2} \right)$$

$$p_2 = \frac{\beta_v b}{N_h} \left( I_{vi+P_1} \frac{h}{2} \right) \left( S_{vi+n_1} \frac{h}{2} \right) - \mu_v \left( I_{vi+P_1} \frac{h}{2} \right)$$

$$\begin{aligned}
 k_3 &= U_h N_h - \frac{\beta_h b}{N_h} \left( I_{v_i+P_2} \frac{h}{2} \right) \left( S_{h_i+k_1} \frac{h}{2} \right) - \mu_h \left( S_{h_i+k_2} \frac{h}{2} \right) + \theta_h \left( R_{h_i+m_2} \frac{h}{2} \right) \\
 l_3 &= \frac{\beta_h b}{N_h} \left( I_{v_i+P_1} \frac{h}{2} \right) \left( S_{h_i+k_2} \frac{h}{2} \right) - (\mu_h + Y_h) \left( I_{h_i+l_1} \frac{h}{2} \right) \\
 m_3 &= Y_h \left( I_{h_i+l_2} \frac{h}{2} \right) - (\mu_h + \theta_h) \left( R_{h_i+m_2} \frac{h}{2} \right) \\
 n_3 &= \mu_v N_{v_i} - \frac{\beta_v b}{N_h} \left( I_{h_i+l_2} \frac{h}{2} \right) \left( S_{v_i+l_2} \frac{h}{2} \right) \left( S_{v_i+n_2} \frac{h}{2} \right) - \mu_v \left( S_{v_i+n_2} \frac{h}{2} \right) \\
 p_3 &= \frac{\beta_v b}{N_h} \left( I_{v_i+P_2} \frac{h}{2} \right) \left( S_{v_i+n_2} \frac{h}{2} \right) - \mu_v \left( I_{v_i+P_2} \frac{h}{2} \right) \\
 k_4 &= U_h N_h - \frac{\beta_h b}{N_h} (I_{v_i+P_3} h) (S_{h_i+k_3} h) - \mu_h (S_{h_i+k_3} h) + \theta_h (R_{h_i+m_2} h) \\
 l_4 &= \frac{\beta_h b}{N_h} \left( I_{v_i+P_3} \frac{h}{2} \right) (S_{h_i+k_3} h) - (\mu_h + Y_h) (I_{h_i+l_3} h) \\
 m_4 &= Y_h (I_{h_i+l_3} h) - (\mu_h + \theta_h) (R_{h_i+m_3} h) \\
 n_4 &= \mu_v N_{v_i} - \frac{\beta_v b}{N_h} (I_{h_i+l_3} h) (S_{v_i+l_3} h) (S_{v_i+n_3} h) - \mu_v (S_{v_i+n_3} h) \\
 p_4 &= \frac{\beta_v b}{N_h} (I_{v_i+P_3} h) (S_{v_i+n_3} h) - \mu_v (I_{v_i+P_3} h)
 \end{aligned}$$

#### 4. Simulasi Model Secara Numerik Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat

Solusi numeric model penyakit DBD menggunakan metode runge-kutta orde empat dilakukan pada bulan Januari sampai Februari 2019 dan menggunakan data penderita penyakit DBD tahun 2017 yang diperoleh dari Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan.

Asumsi yang akan digunakan sebagai nilai awal variabel yang akan digunakan dalam simulasi solusi numerik model SEIV penyakit hepatitis B menggunakan runge-kutta orde empat dapat dilihat pada Tabel 1.

**Tabel 1.** Nilai Awal

Varabel	Nilai	Keterangan
$S_{(0)}$	14.836	Data populasi manusia yang rentan terhadap penyakit
$E_{(0)}$	0	Data populasi manusia yang terdapat gejala virus DBD
$I_{(0)}$	135	Data populasi manusia yang terinfeksi penyakit DBD
$R_{(0)}$	130	Data populasi manusia yang telah sembuh dari DBD

Nilai parameter-parameter yang ada pada model penyakit pneumoia pada balita dapat dilihat pada tabel 2.

**Tabel 2.** Nilai Parameter

Parameter	Nilai	Keterangan
$N_h$	1,671,001	Jumlah Populasi Manusia
$N_v$	12,000,000	Jumlah Populasi Nyamuk



Parameter	Nilai	Keterangan
$\mu_h$	0,000046	Angka kelahiran dan kematian manusia
$\mu_v$	0,5	Angka kelahiran dan kematian nyamuk
$\gamma_h$	0.328833	Laju kesembuhan terhadap penyakit
$b$	0.03895	Tingkat gigitan nyamuk
$\theta_h$	0.1667	Laju penurunan kekebalan manusia terhadap penyakit
$B_v$	0.189	peluang penyebaran virus dari $I_h$ ke $S_v$ , $\frac{\beta_v I_h b}{N_h}$ adalah laju perubahan $S_v$ menjadi $I_v$
$\beta_h$	0.174	peluang penyebaran virus dari $I_v$ ke $S_h$ , $\frac{\beta_h I_v b}{N_h}$ adalah laju perubahan $S_h$ menjadi $I_h$ ,
$\beta_v b$	0.468	kemampuan interaksi $I_h$ dengan $S_v$ ,
$\beta_h b$	0.326	kemampuan interaksi $I_v$ dengan $S_h$
$A$	0.134	laju rekrutmen nyamuk

Sumber (Sari, 2017)

Simulasi Simulasi yang dilakukan yaitu dengan mensubstitusikan nilai awal dan nilai parameter-parameter yang diberikan seperti pada Tabel 1 dan 2 kedalam persamaan 8 sampai 12 yang merupakan solusi numerik model penyakit Hepatitis B menggunakan metode Runge-Kutta orde empat yang selanjutnya akan digambarkan melalui plot grafik menggunakan aplikasi maple..

Waktu interval atau jarak langkah yang digunakan adalah  $h = 0,01$ . Selanjutnya diberikan  $S_i = S(0)$ ,  $E_i = E(0)$ ,  $I_i = I(0)$ ,  $R_i = R(0)$  sebagai nilai awal sehingga diperoleh hasil solusi numerik model penyakit DBD menggunakan metode runge-kutta orde empat sebagaimana pada persamaan 16 sampai 20.

$$S_{h0+1} = S_{h0} + \frac{1}{6}(k_1 + k_2 + k_3 + k_4)h \quad (16)$$

$$I_{h0+1} = I_{h0} + \frac{1}{6}(l_1 + l_2 + l_3 + l_4)h \quad (17)$$

$$R_{h0+1} = R_{h0} + \frac{1}{6}(m_1 + m_2 + m_3 + m_4)h \quad (18)$$

$$S_{v0+1} = S_{v0} + \frac{1}{6}(n_1 + n_2 + n_3 + n_4)h \quad (19)$$

$$I_{v0+1} = I_{v0} + \frac{1}{6}(p_1 + p_2 + p_3 + p_4)h \quad (20)$$

dengan

$$k_1 = \mu_h N_h - \frac{\beta_h b}{N_h} I_{vi} S_{hi} - \mu_h S_{hi} + \theta_h R_{hi} = -25,889.645$$

$$l_1 = \frac{\beta_h b}{N_h} I_{vi} S_{hi} - (\mu_h + \gamma_h) I_{hi} = 25,986.288$$

$$m_1 = \gamma_h I_{hi} - (\mu_h + \theta_h) R_{hi} = -1,214,999,978$$

$$n_1 = \mu_v N_{vi} - \frac{\beta_h b}{N_h} I_{hi} S_{vi} - \mu_v S_{vi} = -2,112,532$$

$$p_1 = \frac{\beta_h b}{N_h} I_{vi} S_{vi} - \mu_{vi} I_{vi} = 64.187$$

$$k_2 = U_h N_h - \frac{\beta_h b}{N_h} \left( I_{v_i} + P_1 \frac{h}{2} \right) \left( S_{h_i} + k_1 \frac{h}{2} \right) - \mu_h \left( S_{h_i} + k_1 \frac{h}{2} \right) + \theta_h \left( R_{h_i} + m_1 \frac{h}{2} \right) = -1,012,603.954$$

$$l_2 = \frac{\beta_h b}{N_h} \left( I_{v_i} + P_1 \frac{h}{2} \right) \left( S_{h_i} + k_1 \frac{h}{2} \right) - (\mu_h + Y_h) \left( I_{h_i} + l_1 \frac{h}{2} \right) = -87.1268146$$

$$m_2 = Y_h \left( I_{h_i} + l_1 \frac{h}{2} \right) - (\mu_h + \theta_h) \left( R_{h_i} + m_1 \frac{h}{2} \right) = 821,120,203.0788631$$

$$n_2 = \mu_v N_{v_i} - \frac{\beta_v b}{N_h} \left( I_{h_i} + l_1 \frac{h}{2} \right) \left( S_{v_i} + l_1 \frac{h}{2} \right) \left( S_{v_i} + n_1 \frac{h}{2} \right) - \mu_v \left( S_{v_i} + n_1 \frac{h}{2} \right) = 4,120,790.9218203$$

$$p_2 = \frac{\beta_v b}{N_h} \left( I_{v_i} + P_1 \frac{h}{2} \right) \left( S_{v_i} + n_1 \frac{h}{2} \right) - \mu_v \left( I_{v_i} + P_1 \frac{h}{2} \right) = 64.0612707$$

$$k_3 = U_h N_h - \frac{\beta_h b}{N_h} \left( I_{v_i} + P_2 \frac{h}{2} \right) \left( S_{h_i} + k_1 \frac{h}{2} \right) - \mu_h \left( S_{h_i} + k_2 \frac{h}{2} \right) + \theta_h \left( R_{h_i} + m_2 \frac{h}{2} \right) = 77.0891624$$

$$l_3 = \frac{\beta_h b}{N_h} \left( I_{v_i} + P_1 \frac{h}{2} \right) \left( S_{h_i} + k_2 \frac{h}{2} \right) - (\mu_h + Y_h) \left( I_{h_i} + l_1 \frac{h}{2} \right) = -87.2604874$$

$$m_3 = Y_h \left( I_{h_i} + l_2 \frac{h}{2} \right) - (\mu_h + \theta_h) \left( R_{h_i} + m_2 \frac{h}{2} \right) = 554,923,013.345703$$

$$n_3 = \mu_v N_{v_i} - \frac{\beta_v b}{N_h} \left( I_{h_i} + l_2 \frac{h}{2} \right) \left( S_{v_i} + l_2 \frac{h}{2} \right) \left( S_{v_i} + n_2 \frac{h}{2} \right) - \mu_v \left( S_{v_i} + n_2 \frac{h}{2} \right) = -5,503,849.965$$

$$p_3 = \frac{\beta_v b}{N_h} \left( I_{v_i} + P_2 \frac{h}{2} \right) \left( S_{v_i} + n_2 \frac{h}{2} \right) - \mu_v \left( I_{v_i} + P_2 \frac{h}{2} \right) = 64.8837716$$

$$k_4 = U_h N_h - \frac{\beta_h b}{N_h} (I_{v_i} + P_3 h) (S_{h_i} + k_3 h) - \mu_h (S_{h_i} + k_3 h) + \theta_h (R_{h_i} + m_2 h) = -1,368,708.8450795$$

$$l_4 = \frac{\beta_h b}{N_h} \left( I_{v_i} + P_3 \frac{h}{2} \right) (S_{h_i} + k_3 h) - (\mu_h + Y_h) (I_{h_i} + l_3 h) = -44.1080905$$

$$m_4 = Y_h (I_{h_i} + l_3 h) - (\mu_h + \theta_h) (R_{h_i} + m_3 h) = -750,088,651.67155$$

$$n_4 = \mu_v N_{v_i} - \frac{\beta_v b}{N_h} (I_{h_i} + l_3 h) (S_{v_i} + l_3 h) (S_{v_i} + n_3 h) - \mu_v (S_{v_i} + n_3 h) = 14,706,970.948$$

$$p_4 = \frac{\beta_v b}{N_h} (I_{v_i} + P_3 h) (S_{v_i} + n_3 h) - \mu_v (I_{v_i} + P_3 h) = 63.039488$$

Kemudian dengan mensubstitusikan nilai k1 sampai k4, l1 sampai l4, m1 sampai m4, n1 sampai n4 dan p1 sampai p4 kedalam persamaan 16 sampai 20 didapatkan hasil solusi numerik model penyakit DBD menggunakan metode Runge- Kutta orde empat sebagai berikut:

$$S_{h_{0+1}} = S_{h_0} + \frac{1}{6} (k_1 + k_2 + k_3 + k_4)$$

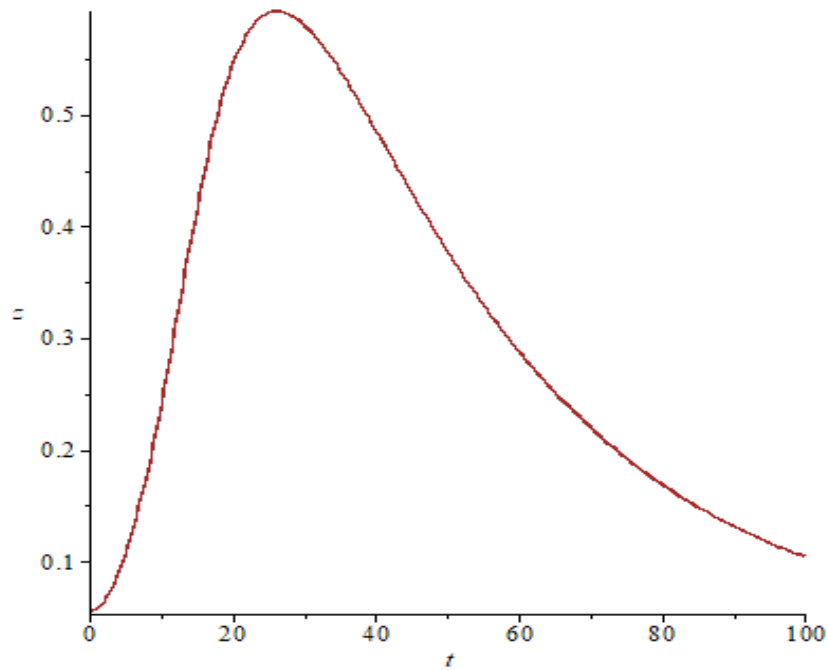
$$h = 10,910.4232251$$

$$I_{h_{0+1}} = I_{h_0} + \frac{1}{6} (l_1 + l_2 + l_3 + l_4) h = 177.946321$$

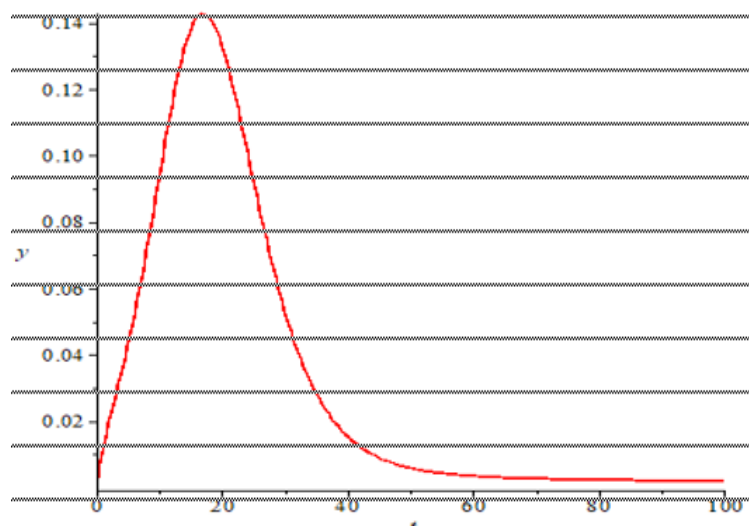


$$R_{h0+1} = R_{h0} + \frac{1}{6}(m_1 + m_2 + m_3 + m_4)h = -981,612.3554116$$
$$S_{v0+1} = S_{v0} + \frac{1}{6}(n_1 + n_2 + n_3 + n_4)h = 5,018685.6331747$$
$$I_{v0+1} = I_{v0} + \frac{1}{6}(p_1 + p_2 + p_3 + p_4)h = 135.4269526$$

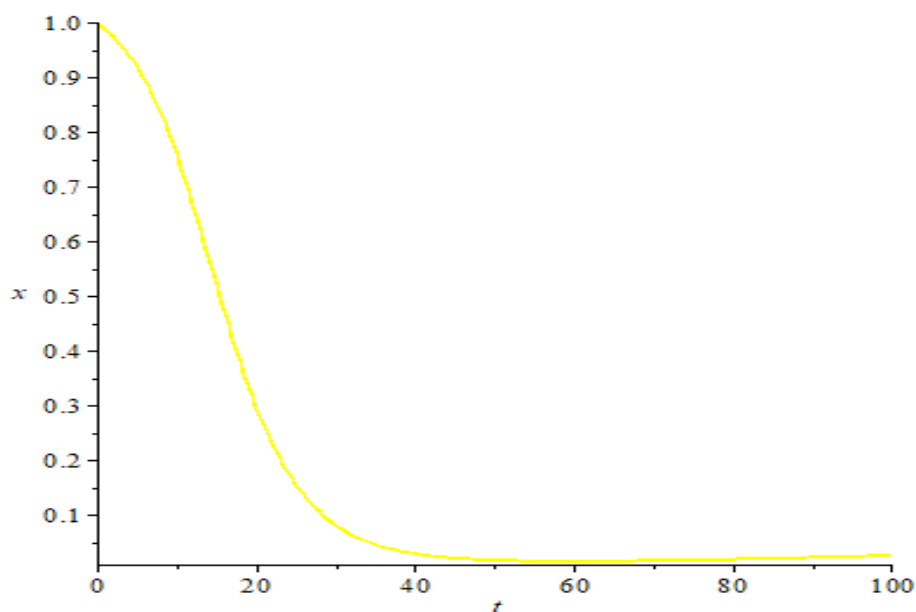
Hasil Iterasi untuk laju populasi akan ditunjukkan pada plot grafik seperti pada Gambar 1 sampai 4.



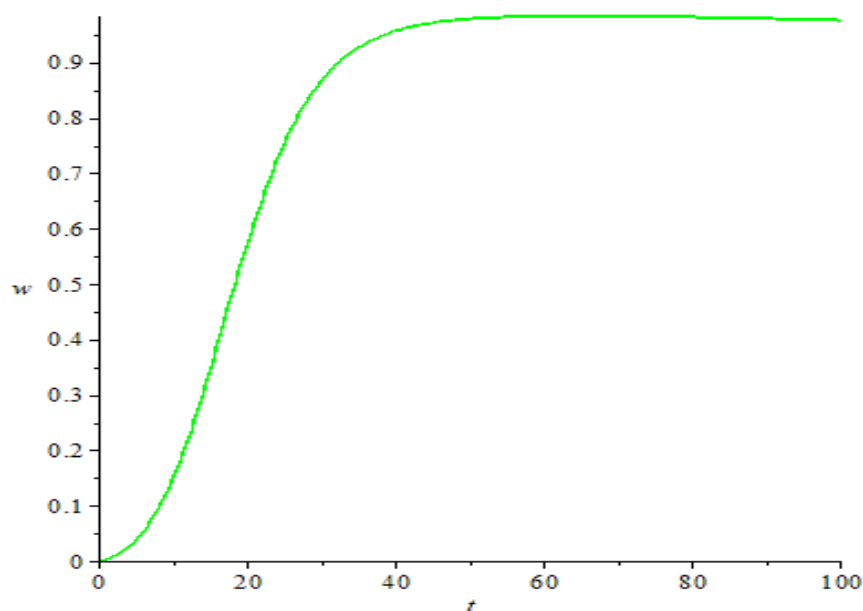
**Gambar 1.** Penyebaran Jumlah Suspected (S) kasus DBD



**Gambar 2.** Jumlah Infected of Human DBD



**Gambar 3.** Penyebaran Jumlah Infected of Vector kasus DBD



**Gambar 4.** Penyebaran Jumlah Recovered kasus DBD

## 5. Conclusion

Kesimpulan yang diperoleh adalah:

1. hasil pada iterasi-1 model solusi numerik model penyakit DBD menggunakan metode Runge-Kutta orde 4 dengan interval  $h = 0.01$  diperoleh  $(S_{h1})=10,910.4$ ,  $(E) = 0$ ,  $(I_{h1}) = 177.9$ ,  $(S_{v1})=5,018685.6$ ,  $(I_{v1})=135.4$  dan  $R = -981,612.3554116$  dan iterasi selanjutnya digunakan perangkat lunak maple.

2. populasi yang sembuh dari penyakit DBD mencapai puncaknya pada bulan ke-50 (4 tahun) setelahnya, namun kembali akan menurun perlahan dikarenakan pada model SIRS populasi yang telah sembuh dapat tertular kembali.

## References

- Kadaffi. (2011). *Pemodelan dan Simulasi dengan Metode Euler dan Runge-Kutta*. (serial on line).  
<http://kk.mercubuana.ac.id/files/14036-8-670093584421.doc>. diakses pada tanggal 10 Desember 2018.
- Richard., & Gabriel. (2007). *Persamaan Differensial Edisi Ketiga*. Jakarta : Erlangga.
- Ridwan. (2007). *Studi Analisis Perbandingan Tingkat Ketelitian Solusi Masalah Nilai Awal dengan Metode Runge-Kutta dan Metode Prediktor, Korektor*. (Skripsi): Universitas Negeri Makassar.
- Sair, I. S. (2018). *Solusi Numerik Model Penyebaran Penyakit Hepatitis B Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat*. (Skripsi): Universitas Negeri Makassar
- Sari, N. (2017). *Analisis Model Matematika Penyebaran DBD dengan Fungsi Lyapunov*. (Skripsi): Universitas Negeri Makassar
- Side. (2014). *Guide to Mathematical Modelling*. London : The Macmillan Press.
- Sukohar. (2014). *Demam Berdarah Dengue. Medula*. (Skripsi): Universitas Lampung.